$A \in M_n(\mathbb{K})$. (Noyau d'une matrice)

$\to \ker(A) \overset{\text{déf}}{=} \{ X \in M_{n1}(\mathbb{K}) / A \cdot X = 0 \}$

$\to Y \in \ker(A) \Longleftrightarrow A\,Y = 0$

$\to X \in \ker(A - \lambda I) \Leftrightarrow (A - \lambda I) X = 0$

$\Longleftrightarrow AX = \lambda \cdot X$

$\to$ A n'est pas inversible $\Longleftrightarrow$

$(\exists X \in M_{n1}(\mathbb{K}) \setminus \{0\},\ A X = 0)$

$\to f \in \mathcal{L}(E)$ et E de <u>dim finie</u>.

Si f n'est pas inversible $\Leftrightarrow (\exists\, x \in E \setminus \{0\},\ f(x) = 0)$

Scanned with CamScanner

$\rightarrow \det(P \cdot B \cdot P^{-1}) = \det(B)$

$\rightarrow$ Thm du rang pour les matrices :

Soit $A \in M_{p,s}(\mathbb{K})$. On a :

$$\boxed{\dim(\ker(A)) + \underbrace{\dim \operatorname{Im}(A)}_{rg(A)} = \underset{\text{nbre-colonnes}}{s}}$$

$\rightarrow$ Thm du rang pour les applic linéaires :

Soit $f \in \mathcal{L}(E,F)$. On a :

$$\boxed{\dim(\ker(f)) + \underbrace{\dim \operatorname{Im}(f)}_{rg(f)} = \dim(\underset{\text{départ}}{E})}$$