Q)

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

A est-elle trigonalisable dans $\mathbb{R}$?

Rép : $\boxed{\text{NON}}$

$\chi_A(x) = x^2 + 1$ n'est pas scindé dans $\mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ A n'est pas trigonalisable dans $\mathbb{R}$.

Exemple express

1) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ est-elle diagonalisable (resp. trigonalisable) dans $\mathbb{R}$

2) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ est-elle diagonalisable (resp. trigonalisable) dans $\mathbb{C}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \quad \chi_A(x) = x^2 + 1$$

1) i) A est-elle diag^{ble} dans $\mathbb{R}$?

Sol :

Non, car $\chi_A(x)$ n'est pas scindé dans $\mathbb{R}$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \quad \chi_A(x) = x^2 + 1$$

1)b) A est-elle trigonalisable dans $\mathbb{R}$?

Sol :

Non, car $\chi_A(x)$ n'est pas scindé dans $\mathbb{R}$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} . \quad \chi_A(x) = x^2 + 1$$

2)a) A est-elle diagonalisable dans $\mathbb{C}$?

Sol :

OUI ; car $A \in M_2(\mathbb{C})$ et possède

2 val propres distinctes !

Prop 3

Soit $f \in \mathcal{L}(E)$.

Les propositions suivantes sont équivalentes :

1) f est diagonalisable dans $\mathbb{K}$.

2) Il existe un polynôme annulateur de f, scindé dans $\mathbb{K}$ et à racines simples.

E $\mathbb{K}$-esp vect.

Q1) M. que tout projecteur de E est diagonalisable

Rép :

Q2) M. que toute symétrie de E est diagonalisable

Rép :

Q4) Soit $A \in M_n(\mathbb{R})$ vérifiant $A^n = I_n$.
M. que A est diagonalisable dans $\mathbb{C}$.

Rép :