$\mathbb{U} = \{ z \in \mathbb{C} \,/\, |z| = 1 \}$

$\mathbb{U}_n = \{ z \in \mathbb{C} \,/\, z^n = 1 \}$

$(n \in \mathbb{N}^*)$

⚠ $\mathbb{U}$ et $\mathbb{U}_n$ sont des <u>sous-groupes</u> du groupe $(\mathbb{C}^*, \times)$.

« Donc des groupes »

⚠ à montrer

$(G,\cdot)$ groupe de neutre e.

$H \subset G$.

$$H \text{ sous-groupe de } G \iff \begin{cases} 1)\ e \in H \\ 2)\ \forall x,y \in H,\ x\cdot y^{-1} \in H \end{cases}$$

RQ

$H \neq \phi$ vient de $e \in H$

→ M.q $\mathbb{U}$ s-gr de $(\mathbb{C}^*, \times)$.

→ Sol:

1) $1 \in \mathbb{U}$ car $|1| = 1$.

2) Supp $x,y \in \mathbb{U}$. M.q $x \times y^{-1} \in \mathbb{U}$

On a $|x\cdot y^{-1}| = |x|.|y^{-1}| = \underbrace{|x|}_{1}.\underbrace{(|y|)^{-1}}_{1} = 1$

E ensemble $\neq \emptyset$.

→ Une permutation de E est une bijection de E vers lui-même.

→ $I_E : E \longrightarrow E$; l'identité.
$x \longmapsto x$

$I_E \in S_E$ et $I_E^{-1} = I_E$.

→ $\forall f,\ f \circ I_E = I_E \circ f = f$

→ $\forall f \in S_E,\ f \circ f^{-1} = I_E = f^{-1} \circ f$

→ $S_n = S_{[\![1,n]\!]}$ $\quad\quad$ $[\![1,n]\!] = \{1,2,\dots,n\}$

→ E esp vect.

$GL(E)$: l'ens des <u>automorphismes</u> de E.

→ f automorphisme de E $\Longleftrightarrow$ $\begin{cases} f \in \mathcal{L}(E) \\ \text{et} \\ f \in S_E \end{cases}$

→ $(GL(E), \circ)$ groupe car sous-groupe de $(S_E, \circ)$. (à <u>montrer</u>)

$n \in \mathbb{N}^*$.

<u>$GL_n(\mathbb{K})$</u> : l'ens des matrice <u>inversibles</u> de $M_n(\mathbb{K})$.

C'est un groupe pour la loi $\times$.

(à montrer)

Prop : L'intersection d'une famille de ssgr est un ssgr :
Si tous les F_i sont des ssgr de G, alors $\bigcap_{i \in I} H_i$ l'est auusi.

NB : la réunion de 2 ssgr n'est en général pas un ssgr. Tout
ona :

$$\text{H}\cup \text{ K est un ssgr} \Leftrightarrow (\text{H}\subset \text{ K ou K} \subset \text{H})$$

Démo : En exercice.

NB : *C'est le même résultat et la même démonstration pour les espaces vectoriels ; la réunion de deus sev n'est en général pas*
On a toutefois :