Déf :
$P \in \mathbb{K}[X]$

P irréductible $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} d°(P) \geq 1 \\ \text{Les seuls diviseurs de } P \text{ sont} \\ \text{les constantes} \neq 0 \text{ et ses associés.} \end{cases}$

Dans $\mathbb{C}$: Les polyn irréd sont ceux de deg 1

Dans $\mathbb{R}$: Les polyn irréd sont :
1) Ceux de degré 1

et

2) Ceux de degré 2 avec $\Delta < 0$

Dans $\mathbb{N}$.

Soit p un nombre premier et soit $n \in \mathbb{N}^*$.

$$p \wedge n = 1 \iff p \nmid n$$

p : 1, p comme diviseurs de p

Justification

$$p \wedge n = 1 \iff p \nmid n$$

Dans $\mathbb{K}[X]$ aussi

Soient P un polynôme irréductible dans $\mathbb{K}$ et $N \in \mathbb{K}[X]$. On a :

$$P \wedge N = 1 \iff P \nmid N$$

Remarque :

$X \wedge (X^2+1) = 1$

Justifiez pourquoi.

Sol : OK

Exo exprès :

Supp $A \in M_n(\mathbb{R})$ tq $A^3 + A = 0$

Justifier que :

$M_{n1}(\mathbb{R}) = \ker A \oplus \ker(A^2 + I)$

Sol : OK

Sol :

X irréductible dans $\mathbb{R}[X]$.

Et $X \nmid (X^2+1)$

D'où $X \wedge (X^2+1) = 1$

Bref :

$A(A^2+I_n) = 0$

$X \wedge (X^2+1) = 1$ (OK)

Thm de décomposition-Noyaux . . . .

Par exemple :

$X \wedge (X^2+1) = 1$

Justifiez pourquoi.

Sol : OK

Exo exprès :

Supp $A \in M_n(\mathbb{R})$ tq $A^3 + A = 0$

Justifier que :

$M_{n1}(\mathbb{R}) = \ker A \oplus \ker(A^2+I)$

Sol : OK

Scanned with CamScanner